



PROGRAMMA di MATEMATICA
CLASSE 3E SA a.s. 2022/ 2023

COMPLEMENTI DI ALGEBRA

Le equazioni intere di secondo grado: definizione, analisi dei coefficienti, forma normale.

Equazioni di secondo grado incomplete: monomie, pure e spurie.

Equazioni di secondo grado complete.

La formula risolutiva di un'equazione di secondo grado completa (con dimostrazione mediante il metodo del completamento al quadrato).

Il delta e la relazione tra il suo segno e il numero di soluzioni reali di un'equazione di secondo grado.

L'interpretazione grafica delle soluzioni reali di un'equazione di secondo grado come gli zeri della parabola di secondo grado associata e il concetto di molteplicità di una soluzione.

La risoluzione di un'equazione numerica di secondo grado, completa o incompleta.

La scomposizione di un trinomio di secondo grado qualsiasi.

Polinomio di secondo grado riducibili o irriducibili.

La risoluzione di un'equazione parametrica di secondo grado.

Problemi di massimo e minimo di secondo grado: costruzione del modello algebrico del problema, studio del grafico associato alla funzione modello, determinazione del massimo della funzione, verifica delle accettabilità delle soluzioni trovate.

Equazioni di grado superiore al secondo.

Equazioni monomie: definizione, determinazione dell'unica soluzione e relativa molteplicità.

Equazioni binomie: definizione, procedimento risolutivo sia nel caso grado n pari sia nel caso grado n dispari, equazioni determinate e impossibili e relativi insiemi delle soluzioni.

Equazioni trinomie: definizione, procedimento risolutivo mediante l'utilizzo di una variabile ausiliaria, equazioni determinate e impossibili e relativi insiemi delle soluzioni.

Analisi della corrispondenza fra le soluzioni trovate, gli zeri del polinomio associato e la sua scomposizione.

Richiami sul metodo di Ruffini per la scomposizione di un polinomio qualsiasi.

Gli zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi.

La generalizzazione del metodo di Ruffini per la ricerca di zeri razionali e la scomposizione di un polinomio qualsiasi.

Il numero massimo delle soluzioni reali di un'equazione di grado n qualsiasi.

La molteplicità di una soluzione.

Richiami sulle disequazioni intere di primo grado e sui principi di equivalenza: procedimento risolutivo e intervallo delle soluzioni.

Richiami sulle disequazioni di primo grado numeriche intere: procedimento risolutivo, principi di equivalenza e relative regole applicative, rappresentazione grafica degli intervalli soluzione sulla retta orientata.

Disequazioni intere e frazionarie e sistemi di disequazioni di grado superiore o uguale al secondo risolvibili mediante scomposizioni e, pertanto, riconducibili a fattori di primo grado: procedimento risolutivo, corretto utilizzo della tabella dei segni e della tabella "di contemporaneità", determinazione dell'intervallo soluzione.

Disequazioni intere di secondo grado e interpretazione grafica.

Lo studio del segno di un trinomio di secondo grado in relazione al grafico della parabola associata.

Problemi numerici e geometrici aventi come modello disequazioni intere di secondo grado.

Disequazioni intere di grado superiore al secondo.

Disequazioni monomie (grado pari e grado dispari), disequazioni binomie (grado pari e grado dispari), disequazioni trinomie e utilizzo di una variabile ausiliaria, disequazioni scomposte o scomponibili in fattori.

Disequazioni frazionarie.

Sistemi di disequazioni: determinati, impossibili, sempre verificati.

Equazioni irrazionali (indice pari e indice dispari).

Disequazioni irrazionali (indice pari e indice dispari).

Condizioni d'esistenza, condizioni di concordanza di segno, sistemi associati.

Problemi numerici e geometrici aventi come modello disequazioni irrazionali.

Il valore assoluto di un'espressione algebrica.

Equazioni con valori assoluti.

Disequazioni con valori assoluti.

Problemi geometrici aventi come modello equazioni e disequazioni con valori assoluti.

Applicazione dei grafici delle funzioni lineari alla risoluzione grafica di equazioni e disequazioni contenenti valori assoluti.

FUNZIONI

Il concetto di funzione: definizione e rappresentazione insiemistica.

Dominio, codominio e immagine di una funzione.

Immagine e controimmagine di un elemento.

Il grafico di una funzione.

Funzioni numeriche reali di variabile reale e loro classificazione.

Le funzioni lineari e il relativo grafico.

I punti di intersezione di una funzione lineare con gli assi cartesiani.

Le funzioni lineari a tratti e la costruzione del relativo grafico.

Le funzioni lineari contenenti termini in valore assoluto e la costruzione del relativo grafico.

Problemi che hanno come modello funzioni lineari.

Funzioni lineari e realtà: problemi di scelta da un punto di vista grafico e algebrico.

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y come funzione algebrica razionale intera (quadratica).

Grafici di funzioni a tratti contenenti termini in valore assoluto in cui compaiono funzioni lineari, archi di parabole.

Funzioni di secondo grado e problemi di massimo e minimo.

Il concetto di luogo geometrico.

Problemi geometrici con le funzioni.

Introduzione ai concetti di funzione periodica, limitata, crescente, decrescente.

GEOMETRIA ANALITICA

PIANO CARTESIANO E VETTORI:

Il piano cartesiano: assi coordinati, coordinate di un punto, origine degli assi e quadranti.

Distanza fra due punti aventi stessa ascissa.

Distanza fra due punti aventi stessa ordinata.

Distanza fra due punti qualsiasi.

Il punto medio di un segmento.

Il baricentro di un triangolo.

Problemi su punti e segmenti, perimetri e aree (parametrici e non) nel piano cartesiano.

Il concetto di vettore: modulo, direzione, verso e rappresentazione grafica.

Le componenti cartesiane di un vettore avente punto di applicazione nell'origine degli assi.

Le componenti cartesiane di un vettore di estremi due punti qualsiasi del piano cartesiano.

Uguaglianza di due vettori nel piano cartesiano.

Operazioni sui vettori nel piano cartesiano: addizione, sottrazione, moltiplicazione per uno scalare.

Il prodotto scalare fra vettori e le sue espressioni analitica e goniometrica.

LA RETTA NEL PIANO CARTESIANO:

Gli assi cartesiani e le equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani.

L'equazione generale delle rette passanti per l'origine degli assi e le equazioni delle bisettrici dei quadranti.

L'equazione generale di una retta non parallela all'asse delle ordinate.

L'equazione generale della retta nel piano cartesiano: forma implicita e forma esplicita.

Il coefficiente angolare e la quota di una retta qualsiasi nel piano cartesiano.

Posizioni reciproche di due rette: incidenti, parallele distinte e coincidenti e discussione dei sistemi lineari associati.

Rette parallele e rette perpendicolari e le condizioni di parallelismo e di perpendicolarità fra rette.

La condizione di appartenenza di un punto ad una retta.

Determinazione dell'equazione di una retta nel piano cartesiano: rette passanti per un punto parallele agli assi cartesiani, rette passanti per l'origine e per un punto dato, rette di assegnato coefficiente angolare passanti per un punto, rette passanti per due punti.

L'asse di un segmento (anche come luogo geometrico).

La distanza di un punto da una retta.

Il fascio proprio di rette e il fascio improprio di rette.

Il fascio generato da due rette (combinazione lineare delle generatrici del fascio).

Analisi delle caratteristiche di un fascio di rette qualsiasi nota la sua equazione.

Il metodo dei fasci per la determinazione della retta passante per due punti.

La bisettrice di un angolo (come luogo geometrico) e le equazioni delle bisettrici degli angoli formati da una coppia di rette incidenti.

Problemi parametrici su funzioni lineari nel piano cartesiano.

LE CONICHE:

Cono a due falde e coniche.

Coniche degeneri e non degeneri e loro definizione in geometria solida.

LA PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO:

La parabola come conica, ottenuta dall'intersezione fra un cono a due falde e un opportuno piano non passante per il vertice del cono.

La parabola come luogo geometrico e le sue caratteristiche.

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y : dalla definizione di luogo geometrico alla sua equazione nelle variabili x e y (con dimostrazione).

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y e il grafico corrispondente al variare dei parametri a , b , c .

Dalle coordinate del vertice e dalla distanza focale alle coordinate del fuoco e alle equazioni dell'asse di simmetria e della direttrice.

L'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x e il grafico corrispondente al variare dei parametri a , b , c .

Posizioni reciproche tra una retta e una parabola (sia con asse di simmetria parallelo all'asse x che parallelo all'asse y): rette esterne, rette tangenti e rette secanti.

La condizione di tangenza fra retta e parabola in relazione all'esistenza di un'unica soluzione doppia (molteplicità 2) del sistema associato ($\Delta=0$).

Determinazione delle equazioni delle rette tangenti ad una parabola condotte da un punto esterno.

Determinazione dell'equazione della retta tangente ad una parabola condotta da un suo punto.

Determinazione dell'equazione di una retta tangente ad una parabola nota la sua direzione.

Segmento parabolico e segmento parabolico retto.

L'area del segmento parabolico: il teorema di Archimede e la formula alternativa per il calcolo dell'area.

Applicazione dell'area del segmento parabolico alla determinazione dell'area della regione finita di piano compresa fra due parabole.

La determinazione dell'equazione di una parabola note alcune condizioni: fuoco e direttrice, passaggio per tre punti, passaggio per un punto e vertice, vertice e fuoco, vertice e direttrice, condizione di tangenza.

Fascio generato da due parabole: definizione di fascio come combinazione lineare delle equazioni implicite di due parabole dette generatrici e dei punti basi del fascio.

Definizione di parabole congruenti e parabole non congruenti dall'analisi delle rispettive concavità.

Analisi delle possibili caratteristiche di un fascio: fascio di parabole non congruenti aventi due punti base, un punto base o nessun punto base; fascio di parabole congruenti aventi un punto base o nessun punto base.

Studio di un fascio di parabole di cui sono date le generatrici.

Realtà e modelli: lettura e analisi di dati e statistiche e relativa rappresentazione grafica.

Il modello parabolico nell'analisi di un'epidemia influenzale.

Il modello parabolico nell'evoluzione temporale dell'altezza di un fuoco d'artificio in funzione del tempo di volo.

Problemi tratti dalla realtà aventi come modello il modello parabolico.

LA CIRCONFERENZA NEL PIANO CARTESIANO:

La circonferenza come conica (intersezione di un piano e di un cono a e due falde) degenerare e non.

La circonferenza come luogo geometrico e le sue caratteristiche.

L'equazione di una circonferenza nel piano cartesiano dati centro e raggio: dalla definizione di circonferenza come luogo geometrico alla sua equazione nelle variabili x e y (con dimostrazione).

L'equazione della circonferenza in forma normale e le relazioni fra le coordinate del centro e il raggio e i coefficienti a , b e c della forma normale.

La condizione di esistenza di una circonferenza (degenerare e non).

Il grafico di una circonferenza al variare dei parametri a , b , c .

Posizioni reciproche di una retta e una circonferenza: retta esterna, retta secante e retta tangente.

Analisi delle posizioni reciproche fra retta e circonferenza sia da un punto di vista analitico che geometrico.

Determinazione delle equazioni delle rette tangenti ad una circonferenza sia con metodo analitico che con metodo geometrico euclideo.

La determinazione dell'equazione di una circonferenza note alcune condizioni: centro e raggio, estremi del diametro, passaggio per tre punti non allineati, centro e retta tangente, tre condizioni qualsiasi (metodo analitico e geometrico).

Analisi e rappresentazione grafica delle possibili posizioni reciproche fra due circonferenze: esterne, tangenti internamente, tangenti esternamente, interne, concentriche e secanti.

Le posizioni di due circonferenze da un punto di vista geometrico: confronto fra la distanza tra i due centri delle circonferenze e la somma (o la differenza) fra i rispettivi raggi.

Le posizioni reciproche di due circonferenze da un punto di vista analitico: analisi del segno del delta associato al sistema contenente le equazioni delle due circonferenze.

Fascio generato da due circonferenze: definizione di fascio come combinazione lineare delle equazioni implicite di due circonferenze dette generatrici.

La retta dei centri, l'asse radicale e i punti base.

Definizione di circonferenze concentriche e non concentriche in base all'analisi dei rispettivi coefficienti a , b .

Analisi delle possibili caratteristiche di un fascio: fascio di circonferenze non concentriche aventi due punti base, un punto base o nessun punto base; fascio di circonferenze concentriche.

Analisi e discussione di alcuni fasci di circonferenze: generatrici, punti base, natura del fascio, retta dei centri e asse radicale.

Circonferenza goniometrica e sua equazione.

Dall'equazione della circonferenza goniometrica alla relazione fondamentale della goniometria sfruttando la condizione di appartenenza di un punto alla circonferenza stessa.

GONIOMETRIA

Richiami sul concetto di angolo in geometria euclidea: definizione, vertici, lati e ampiezza.

La posizione normale di un angolo sul piano cartesiano.

Angoli e archi di circonferenza, misure di angoli in gradi e radianti.

La circonferenza goniometrica e la definizione dinamica di angolo.

Misure di angoli notevoli e analisi di particolari simmetrie sulla circonferenza goniometrica.
Misure di angoli in radianti come multipli degli angoli base (0° , 30° , 45° , 60° , 90°).
Conversione da gradi a radianti e viceversa impostando la corretta proporzione fra ampiezze.
La misura di un arco di circonferenza e la misura dell'area di un settore circolare impostando le corrette proporzioni.
Angoli positivi e angoli negativi: il legame fra il verso della rotazione lungo la circonferenza goniometrica e il segno dell'angolo corrispondente.
Misure di angoli maggiori dell'angolo giro e il concetto di periodicità.
Coseno, seno, tangente e cotangente di un angolo.
La tangente e la cotangente di un angolo da un punto di vista geometrico (con dimostrazione mediante la similitudine fra triangoli).
La tangente di un angolo da un punto di vista analitico come coefficiente angolare di una retta.
Coseno, seno, tangente e cotangente di angoli notevoli (con dimostrazioni geometriche nei casi 30° , 45° e 60°).
Prima relazione fondamentale della goniometria (con dimostrazione geometrica).
Seconda relazione fondamentale della goniometria.
Determinazione delle funzioni goniometriche di un angolo note alcune proprietà.
Espressioni e identità goniometriche.
Archi e angoli associati: angoli opposti, angoli supplementari, angoli che differiscono di 180° , angoli complementari.
Secante e cosecante di un angolo.
Formule goniometriche di addizione e sottrazione del coseno (senza dimostrazione) e del seno (con dimostrazione): definizione e relative applicazioni al calcolo delle funzioni goniometriche di angoli non noti.
Formule goniometriche di addizione e sottrazione della tangente (con dimostrazione).
Formule goniometriche di duplicazione del seno, del coseno e della tangente (con dimostrazione).
Formule di bisezione del seno, del coseno e della tangente (senza dimostrazione).
Formule di Werner e formule di prostaferesi (senza dimostrazione).
Formule goniometriche e geometria analitica: l'angolo formato da due rette incidenti (con dimostrazione).
Analisi dei casi particolari di rette parallele (tangente nulla) e perpendicolari (tangente impossibile e relative condizioni d'esistenza).
Le funzioni goniometriche coseno, seno, tangente e cotangente e relative proprietà: dominio, segno, monotonia (crescenza e decrescenza), codominio (o immagine), periodo, zeri, eventuali massimi e minimi (funzioni limitate), eventuali asintoti.
Il grafico delle funzioni seno, coseno, tangente e cotangente e relative proprietà.
Introduzione alle equazioni goniometriche elementari da un punto di vista grafico.

TRIGONOMETRIA

Seno, coseno e tangente degli angoli acuti di un triangolo rettangolo.
Primo teorema sui triangoli rettangoli.
Secondo teorema sui triangoli rettangoli.
Risoluzione di un triangolo rettangolo.
Il teorema dell'area di un triangolo qualsiasi (con dimostrazione).
Applicazioni alla determinazione dell'area di un parallelogramma in analogia con la definizione di prodotto vettoriale.
Applicazioni alla determinazione dell'area di un poligono regolare avente n lati, inscritto in una circonferenza (con dimostrazione).
Teorema della corda (con dimostrazione).
Teorema dei seni (con dimostrazione).
I teoremi della misura dei raggi delle circonferenze inscritte e circoscritte ad un triangolo qualsiasi: enunciato, rappresentazione grafica, dimostrazione.
Il teorema dei seni e il diametro della circonferenza circoscritta ad un triangolo qualsiasi.
Teorema del coseno (con dimostrazione).
I teoremi del coseno e dei seni nel caso particolare di triangoli rettangoli.

Risoluzione di un triangolo qualsiasi.

MATEMATICA & FISICA

Verso l'Esame di Stato: problemi interdisciplinari dalla Fisica alla Matematica e viceversa.

LIBRO DI TESTO: Zanone, Sasso – COLORI DELLA MATEMATICA Ed. Blu aggiornata – Lic. Scient. Volume GAMMA + TRIGONOMETRIA.

Civitavecchia, 8 giugno 2023

Docente
Prof.ssa Anna Nobili